

計算可能性理論

Computability Theory

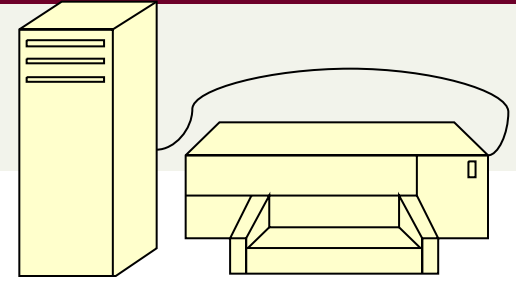
6. 列挙装置

本日の内容

■ 列举装置

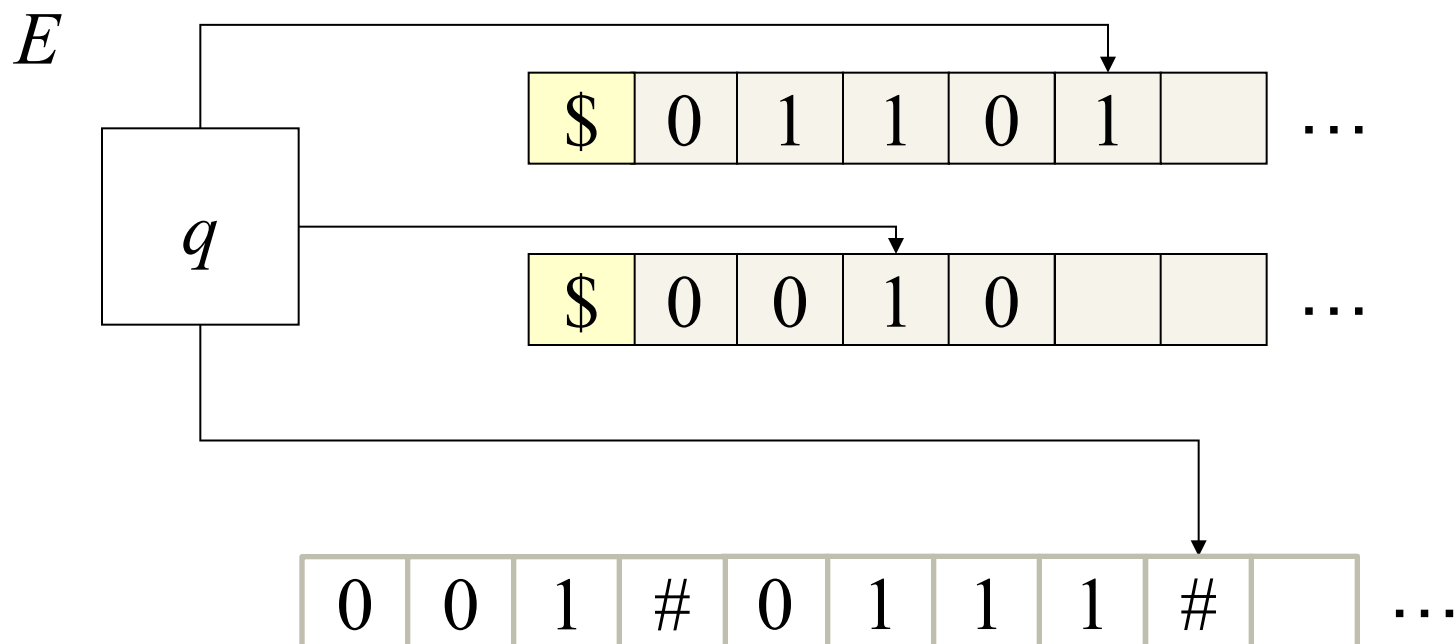
列举装置

列挙装置



- 出力テープをもつDTM.
 - 出力テープのヘッドは右へ動くのみ. 書き出し専用.
 - 列挙装置の動作は出力テープの内容に依存しない.
- 入力は与えられない.
 - 開始計算状況において, 全てのテープは空白記号で満たされている.
- 停止せず, 文字列のリストを永遠に出力し続ける.
- 言語 L が列挙装置 E により**列挙可能**であるとは,
 L の文字列全てが E により列挙されるときをいう.
 - どのような順番で文字列を列挙してもよい. また,
同じ文字列を複数回出力してもよい.

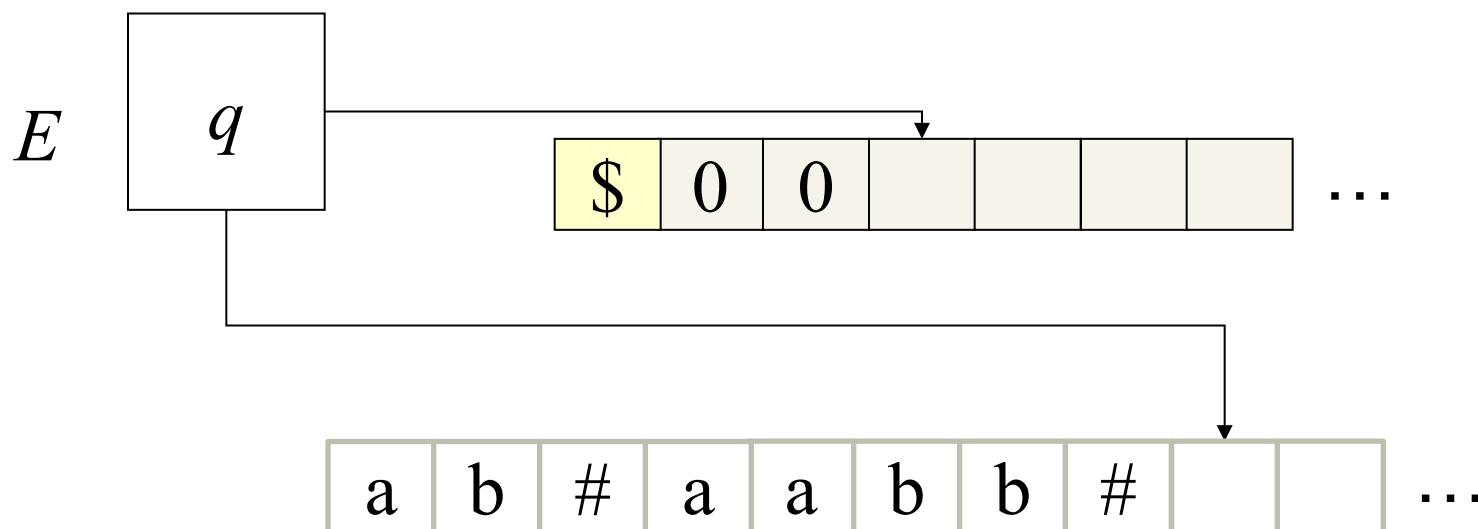
列挙装置(図解)



言語 $L = \{a^n b^n | n > 0\}$ の列挙装置

■ 言語 $L = \{a^n b^n | n > 0\}$ の列挙装置

1. 作業テープに0を1個書き足す.
2. 作業テープの0の個数だけ出力テープに a を書き出す.
3. 作業テープの0の個数だけ出力テープに b を書き出す.
4. 出力テープに区切り文字 $\#$ を書き出し, 1へ戻る.



言語の列挙と言語の認識

【定理6.1】 任意の言語 L に対し, L を**列挙**する列挙装置が存在するとき, かつ, そのときに限り, L はTuring**認識**可能である.

定理6.1の証明

($\rightarrow$) L の列挙装置 E が存在するならば,
 L は Turing 認識可能であることを示す.

■ 次のDTM M が L を認識する.

■ $M =$ “入力文字列 w に対して:

1. E を動作させ, E の出力する文字列リストを見張っておく.
2. w が E の出力中に現われたら, w を受理する. ”

定理6.1の証明(続き)

(←) L を認識するDTM M が存在するならば,
 L は列挙可能であることを示す.

- $\Sigma^* = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$ とする.
- 次の列挙装置 E が L を列挙する.
- $E =$ “入力を見捨てる:
 1. $i=1, 2, 3, \dots$ に対して以下の2と3を繰り返す.
 2. i 個の文字列 $s_1, s_2, \dots, s_i$ のそれぞれに対し,
 M を i ステップまで動作させる.
 3. 受理する計算があれば, その計算の入力となった s_k を出力する. “

(証明終)

演習問題6.1

- なぜ, これではダメなのだろうか？
- $E =$ “入力を無視する:
 1. $i=1,2,3,\dots$ に対して以下の2と3を繰り返す.
 2. 文字列 s_i に対し, M を動作させる.
 3. M が s_i を受理すれば, s_i を出力する. ”