

計算可能性理論

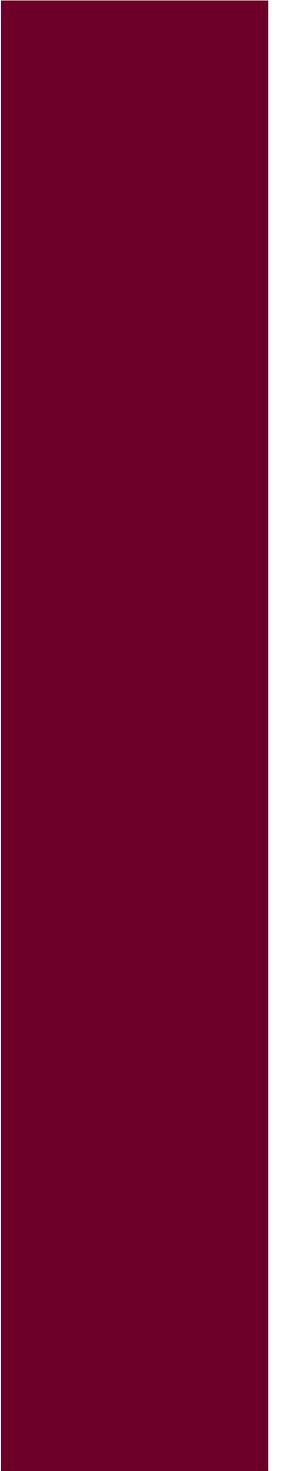
Computability Theory

3. Turing機械の変種(1)

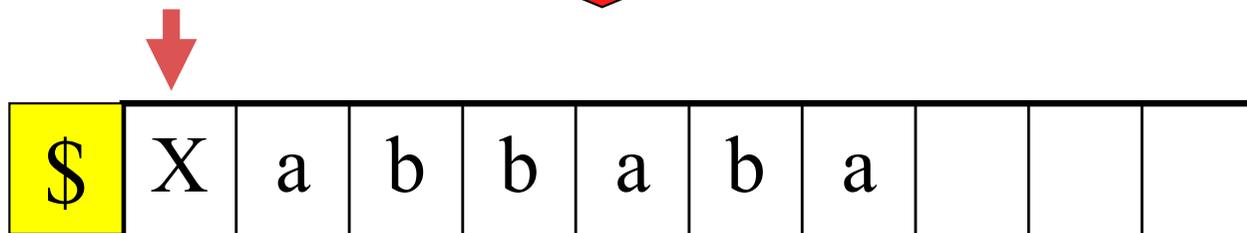
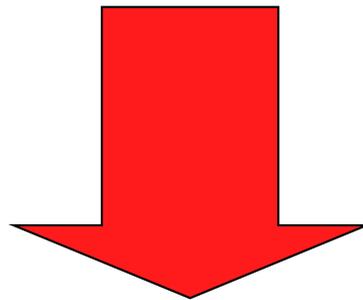
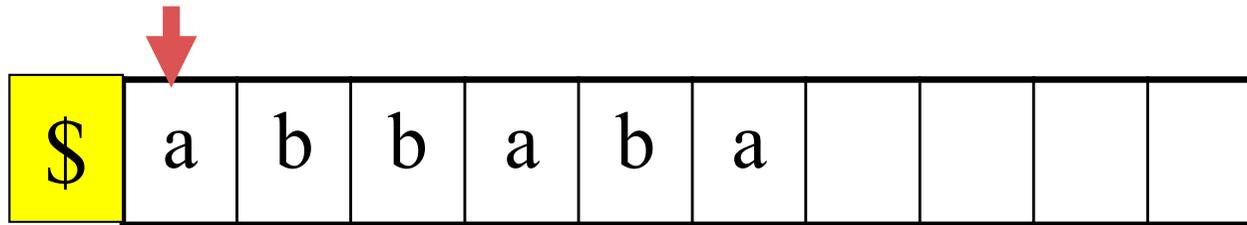
本日の内容

- 準備
- 複数テープ決定性Turing機械

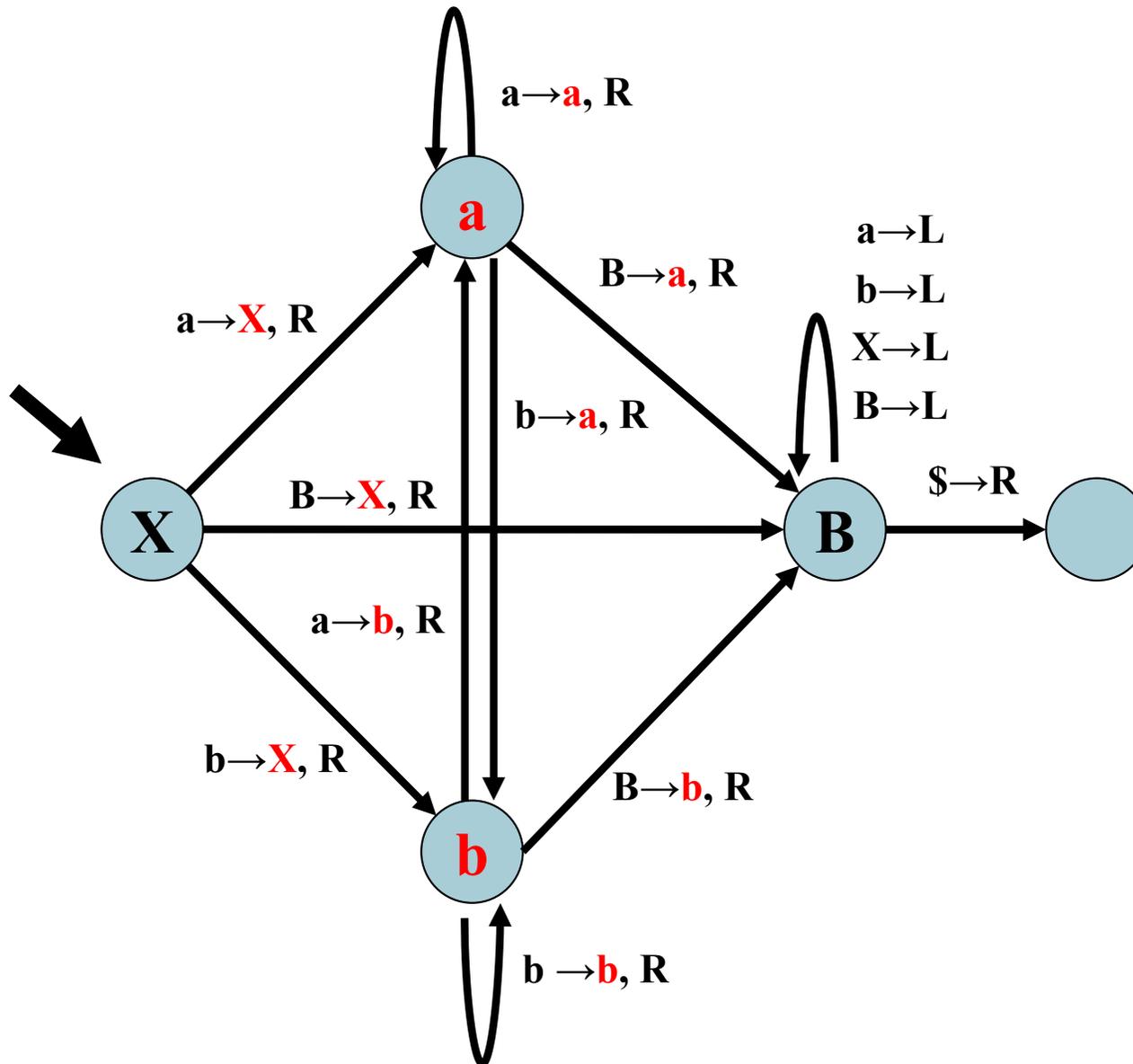
準備



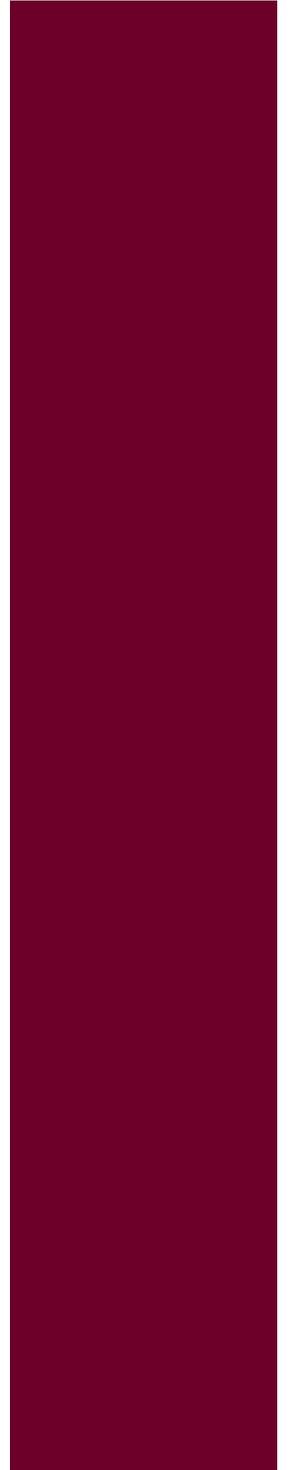
テープの内容を右へシフトする



テープの内容を右へシフトするTuring機械



複数テープ決定性TURING機械

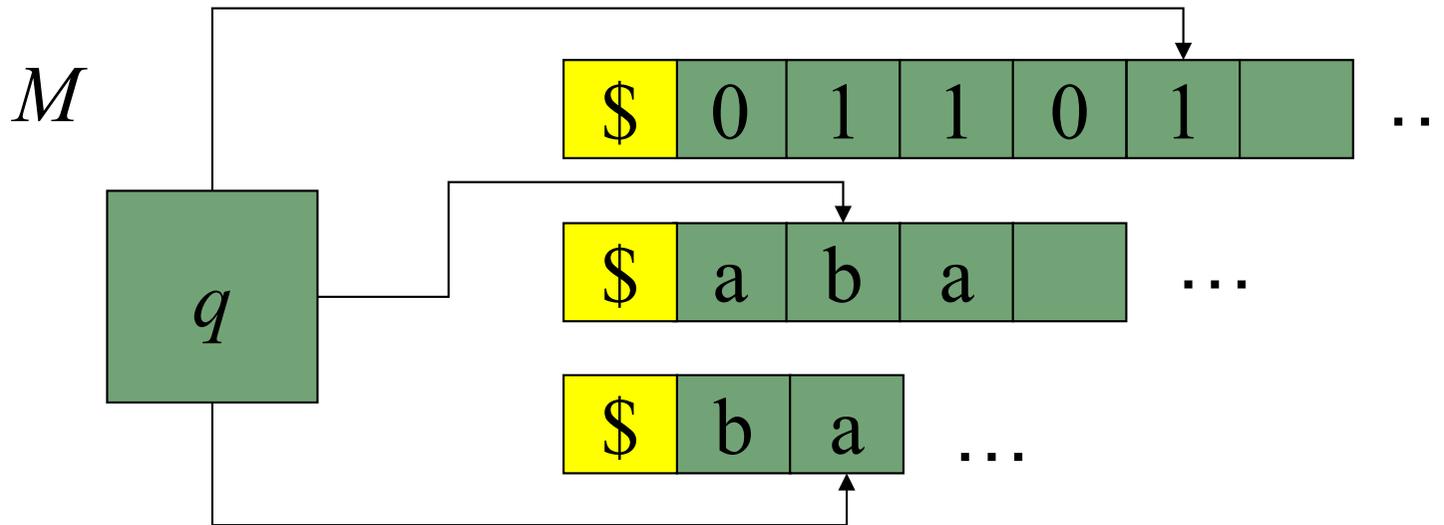


複数テープ決定性Turing機械

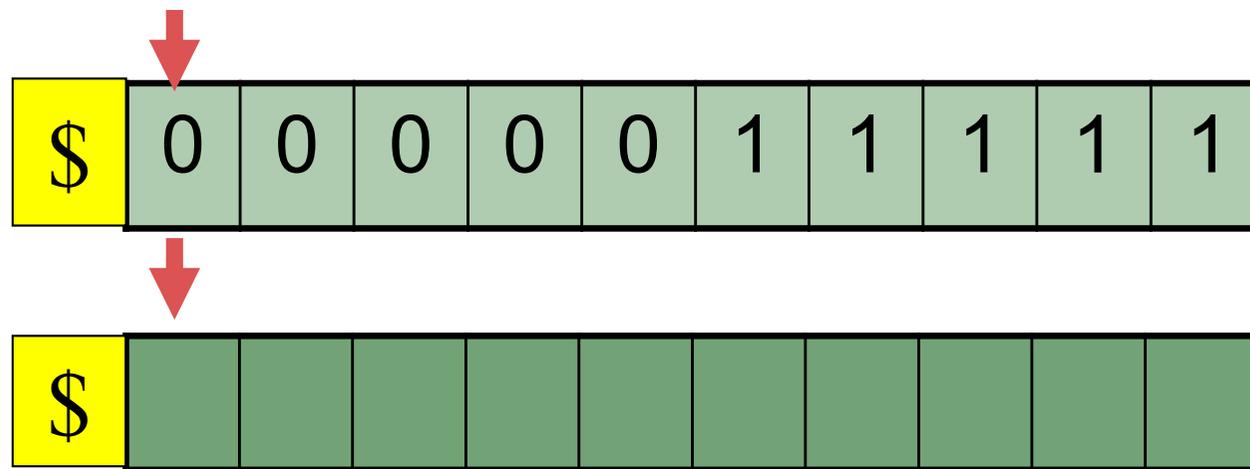
- k 本のテープをもつDTMの遷移関数は次のように定義される.

$$\delta : Q' \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R\}^k$$

$$Q' = Q - \{q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\}$$

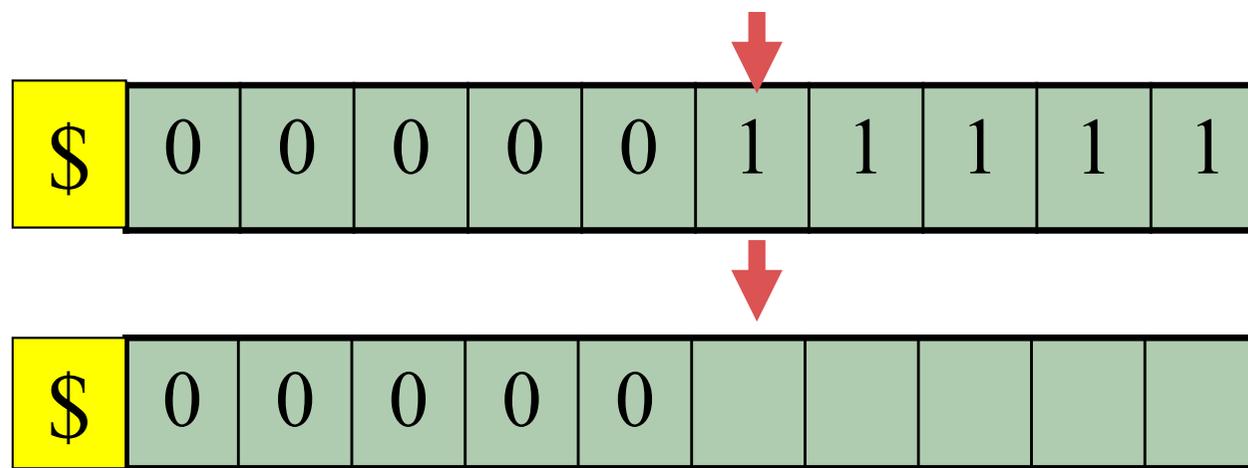


言語 $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ を認識するDTM M_3



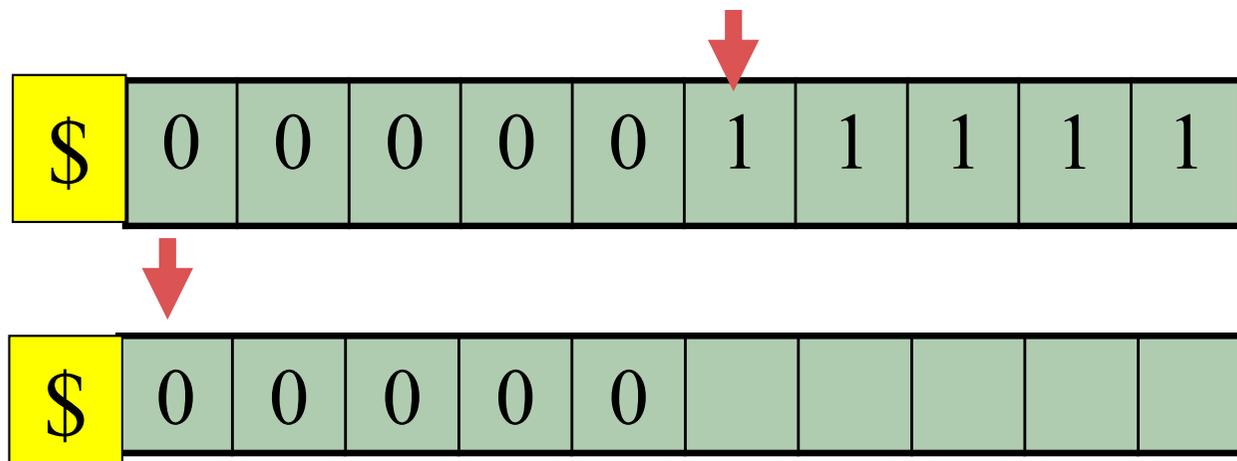
言語 $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ を認識するDTM M_3

2. テープ1上のすべての0をテープ2にコピーする



言語 $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ を認識する DTM M_3

3. テープ1上の複数の1を入力のもう一方のテープの終りまで走査する。テープ1上の一つの1を読み出すごとに、テープ2上の一つの0をXで消す。すべての1が読み出される前に、すべての0がXで消されているならば拒否する



言語 $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ を認識する DTM M_3

4. この時点ですべての0がXで消されているならば受理する. まだ, 0が残っているならば拒否する

言語 $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ を認識する DTM M_3

$M_3 =$ “入力文字列 w に対して:

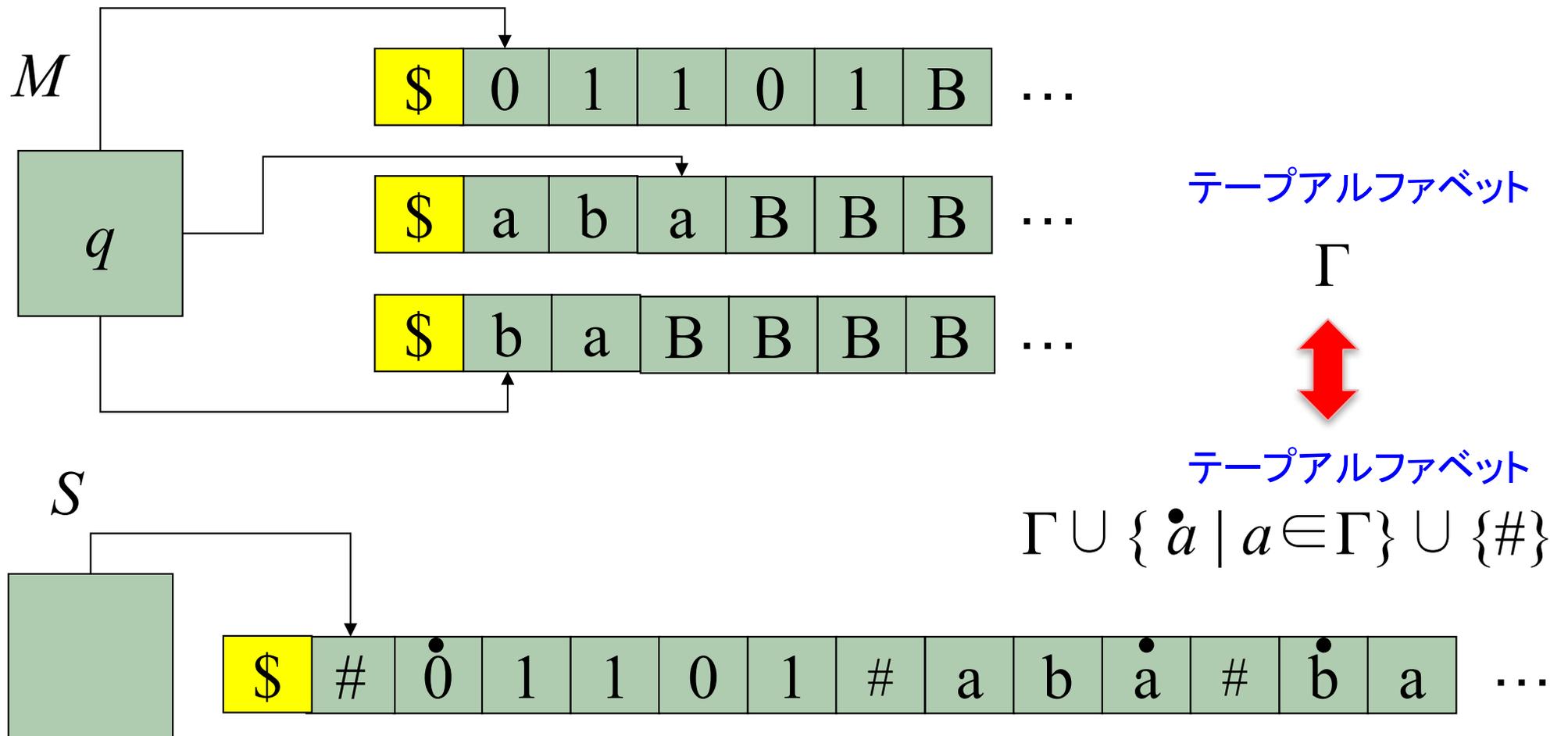
1. テープをすべて走査し, w が $0^n 1^m$ の形でなければ拒否.
2. すべての0をテープ2にコピーする.
3. テープ1上の複数の1を入力終わりまで走査する. テープ1上の一つの1を読み出すごとに, テープ2上の一つの0をxで消す. すべての1が読み出される前に, すべての0がxで消されているならば拒否する.
4. この時点ですべての0がxで消されているならば受理する. まだ, 0が残っているならば拒否する.”

複数テープ vs 単一テープ

【定理3.1】 任意の複数テープDTMに対し、
それと等価な単一テープDTMが存在する。

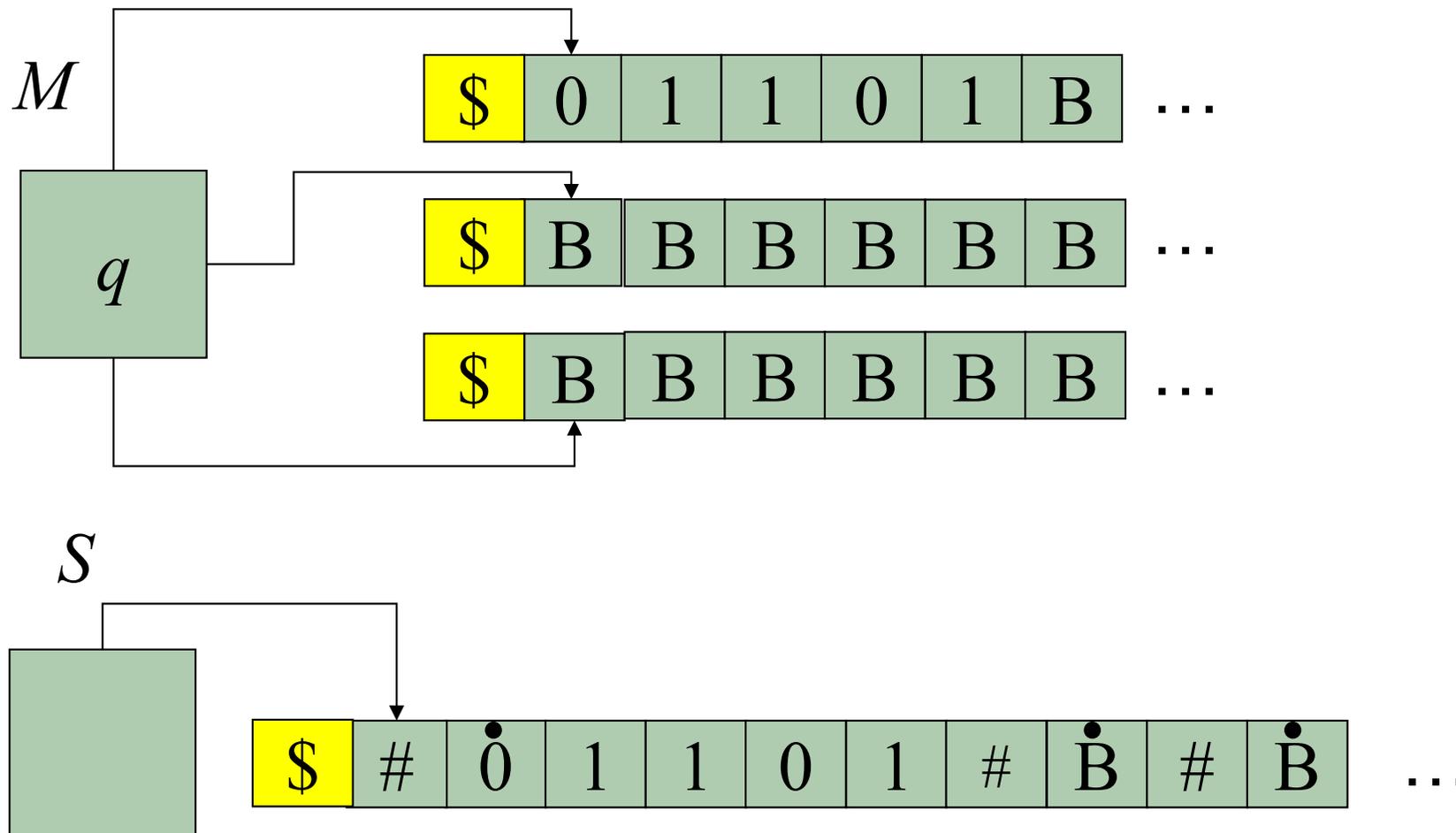
証明その1

- k 本のテープを1本のテープで次のように表現する



証明その1 (つづき)

■ 開始計算状況



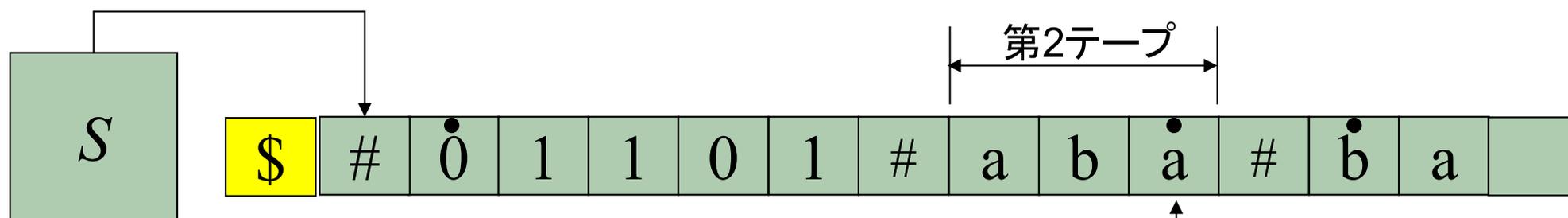
証明その1 (つづき)

- S は自分のテープに M の開始計算状況を表現し、 M の模倣を開始.
- M の各々のステップに対して、機械 S はテープの既使用部分を 2 回走査.
 - **最初の走査:** 次の動作を決定するための必要な情報を獲得
 - **2番目の走査:** その動作を実現
 - もし M のヘッドの一つが右へ動いてテープの未使用部分に入るときは、 S の対応する部分に空セルを 1 個追加し、それより右側について 1 セル分右シフトする.

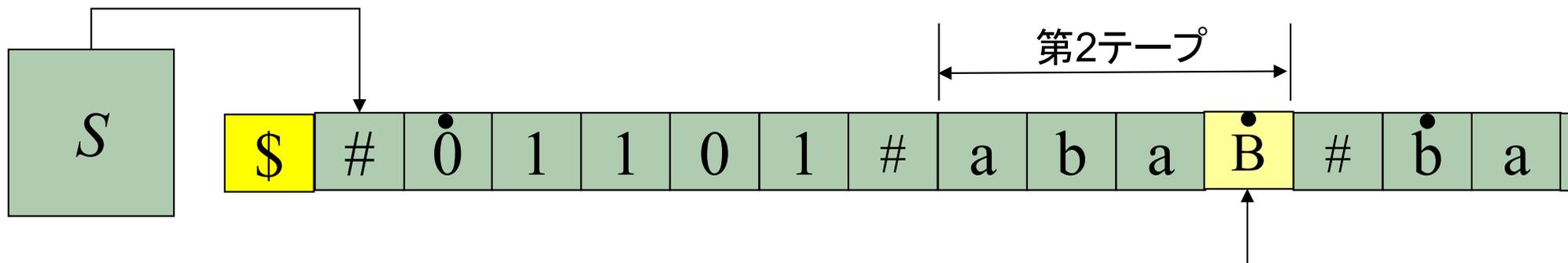
(証明終)

補足説明

M のヘッドの一つが右へ動いてテープの未使用部分に入るときは、 S の対応する部分に空セル(ヘッド印付き)を1個追加し、それより右側について1セル分右シフトする



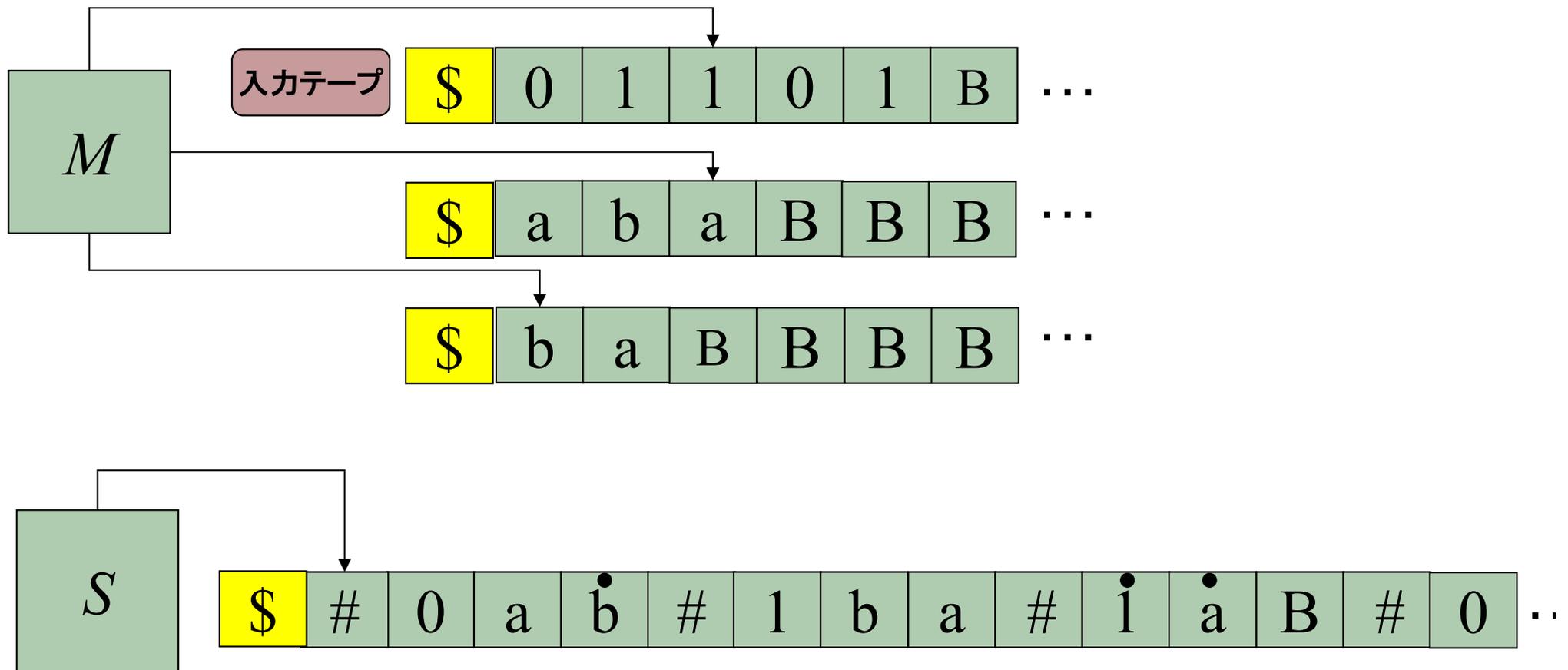
① ここから右に移動したいときは



② 右隣に空セル(ヘッド印付き)を挿入する

証明その2

- k 本のテープを1本のテープで次のように表現する
 - こうすれば右シフトが不要.

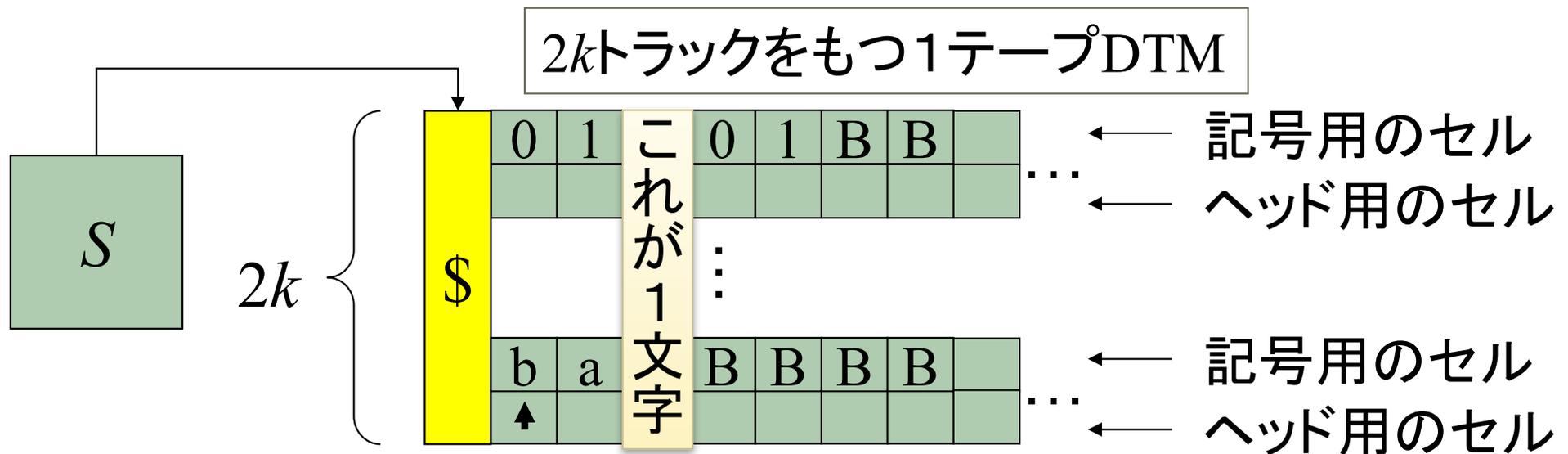
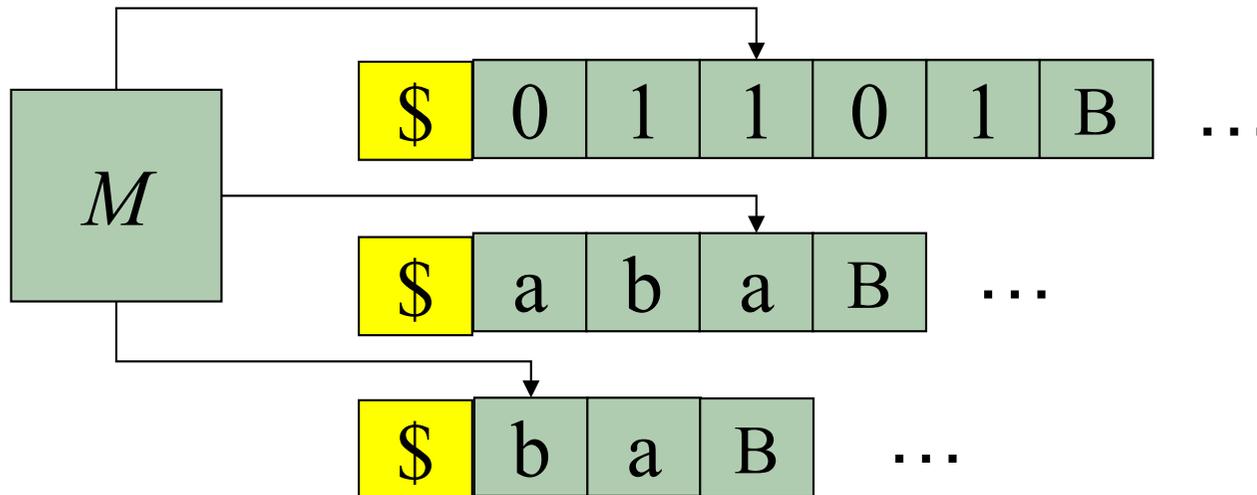


証明その2(つづき)

- **最初の走査:** 次の動作を決定するための必要な情報を獲得
- **二番目の走査:** その動作を実現
- もし, M のあるテープのヘッドが右の未使用セルに移動しようとしたら, S では k 個の空白をあけた後に#記号を書く.

(証明終)

証明その3



証明その3(つづき)

- まず M の初期状態を S のテープに表現する.
- **最初の走査:** 次の動作を決定するための必要な情報を獲得
- **二番目の走査:** その動作を実現

(証明終)

注意: 文字数はどれくらい増えているだろう.
作業用アルファベットを Γ とすると, S が使う
作業用文字の数は $(2|\Gamma|)^k$ を超えない. これは
入力サイズとは無関係な定数である.

系3.1

【系3.1】 任意の言語 L に対し, L を認識する複数テープDTMが存在するとき, かつ, そのときに限り, 言語 L は Turing 認識可能である.